

Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2026

UW-BHW-625: B2-T1.2: Grundwasserhydraulik-Prinzipbeispiel

Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf

¹Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Leipzig

²Technische Universität Dresden – TUD, Dresden

³Center for Advanced Water Research – CAWR

⁴TUBAF-UFZ Center for Environmental Geosciences – C-EGS, Freiberg / Leipzig

⁴Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe – BGR, Hannover / Cottbus

Dresden, 22.05.2026

Zeitplan: Modellierung von Hydrosystemen: Zweiter Block (B2)

Sommersemester 2026: UW-BHW-625

Datum	B2	Thema	Format
17.04.2026	B2-T1.0	Einführung in die Veranstaltung (B2) (Kolditz)	HSZ/403
22.05.2026	B2-T1.1	Hydromechanik und Numerische Methoden (Kolditz)	HSZ/403
22.05.2026	B2-T1.2	Grundwasserhydraulik und Prinzipbeispiel (Kolditz)	HSZ/403
22.05.2026	B2-T1.3	Finite-Differenzen-Methode (Kolditz)	HSZ/403
19.06.2026	B2-T1.4	Finite-Elemente-Methode, Grundwassersysteme (Kolditz)	HSZ/403
26.06.2026	B2-T4.1	Virtuelle VISLAB Tour - Vorlesung (Rink/Bilke)	Online
26.06.2026	B2-T4.2	Virtuelle VISLAB Tour - Demo (Rink/Bilke)	Online
03.07.2026	B2-T2.1	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf, BGR)	HSZ/403
03.07.2026	B2-T2.2	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf, BGR)	HSZ/403
03.07.2026	B2-T2.3	Regionale Grundwassersysteme (Nixdorf, BGR): Übung	HSZ/403
10.07.2026	B2-T3.1	Stofftransport in Hydrosystemen (Selzer/Shao)	HSZ/403
10.07.2026	B2-T3.2	Stofftransport in Hydrosystemen (Selzer/Shao)	HSZ/403
10.07.2026	B2-T3.3	Stofftransport in Hydrosystemen (Selzer/Shao)	HSZ/403
17.07.2026	B2-T1.5	Workflow, Grundwassersysteme (Kolditz)	HSZ/403
24.07.2026	B2-T1.6	Zusammenfassung der Veranstaltung Numerik (Kolditz)	HSZ/403
24.07.2026	B2-T1.7	Zusammenfassung der Veranstaltung (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403
24.07.2026	B2-T1.8	Vorbereitung Klausur (Hartmann/Kolditz)	HSZ/403

Übersicht der Lehrveranstaltung: Lehre-Webseite

The screenshot shows the UFZ (Helmholtz Zentrum für Umweltforschung) website. The main navigation bar includes 'UFZ', 'Themenbereiche / Departments', 'Forschung', 'Medien & Presse', 'Veranstaltungen', and 'Karriere & Jobs'. The breadcrumb trail is: Themenbereiche / Departments > Smarte Modelle und Monitoring > Umweltinformatik > Lehre > Hydrosystemanalyse.

The page title is 'Professur für Grundwasserwirtschaft / Professur für Angewandte Umweltsystemanalyse / Modellierung von Hydrosystemen (BHYWI 22)'. The semester is 'Sommersemester 2022'. The event is a 'Hybride Veranstaltung: Freitags, 4.-5./6. DS: 13:00 - 16:20/18:10 Uhr' with 2 blocks. The first block is on 08.04-22.05.2022 and the second on 27.05-15.07.2022.

The central diagram shows 'Systemanalyse' in an orange diamond, connected to 'Wasser-Quantität' (left) and 'Wasser-Qualität' (right). Above the diamond is 'Numerische Methoden' and below is 'Virtuelle Realitäten'. The word 'Simulation' is written above the diamond and 'Visualisierung' below it. Four circular portraits of faculty members are arranged around the diagram.

The 'Contact' section lists 'Hydroinformatik II' with links to 'DPAL', 'Vorlesungen', 'Sprechstunde', and 'Notfall-Mobile'. The 'Events' section includes links to 'Videovorlesung', 'Videovorlesung (mit pwd)', 'Übungen', 'Online Tutorial', and 'Vorlesungsunterlagen'. The 'Publications' section features a book cover for 'Computational Methods in Environmental Fluid Mechanics' by O. Kolditz.

Link:

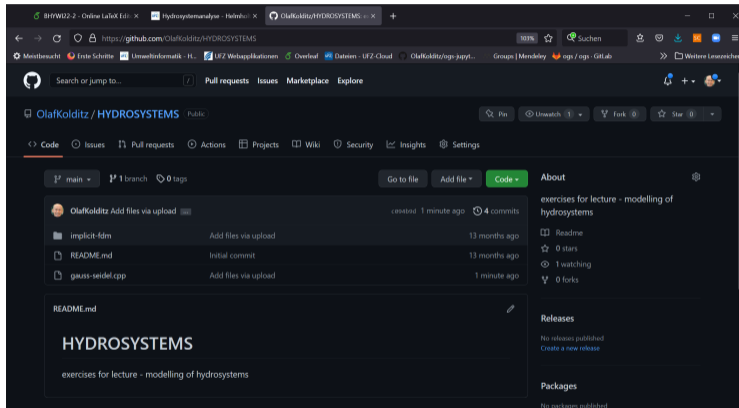
<https://www.ufz.de/index.php?de=40426>

Übersicht der Lehrveranstaltung: Vorlesungsmaterial (overleaf)

The screenshot shows the Overleaf editor interface. The left sidebar displays a file explorer with various LaTeX files. The main editor area shows the LaTeX source code on the left and the rendered PDF on the right. The rendered PDF has a blue header with the title 'Modellierung von Hydrosystemen - SoSe 2022' and a sub-title 'BHYWI-22-B2-T1.0: Einführung in die Lehrveranstaltung (B2)'. Below the title, the authors' names are listed: Olaf Kolditz, Lars Bilke, Karsten Rink, Haibing Shao, Erik Nixdorf. A list of affiliations follows: ¹Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Leipzig; ²Technische Universität Dresden – TUD, Dresden; ³Center for Advanced Water Research – CAWR; ⁴TUBAF-UFZ Center for Environmental Geosciences – C-EGS, Freiberg / Leipzig; ⁵Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe – BGR, Hannover / Berlin. The date 'Dresden, 27.05.2022' is also present. The main content of the PDF is a table of contents for 'Übersicht der Lehrveranstaltung', listing two blocks of the course.

Link: <https://www.overleaf.com/read/szgpcjggwdqc>

Übersicht der Lehrveranstaltung: Übungen (github)



Link: <https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS>

- ▶ git clone
- ▶ git fetch -all
- ▶ git pull

siehe Tutorial <https://www.overleaf.com/read/vyxbhdmfczpf>

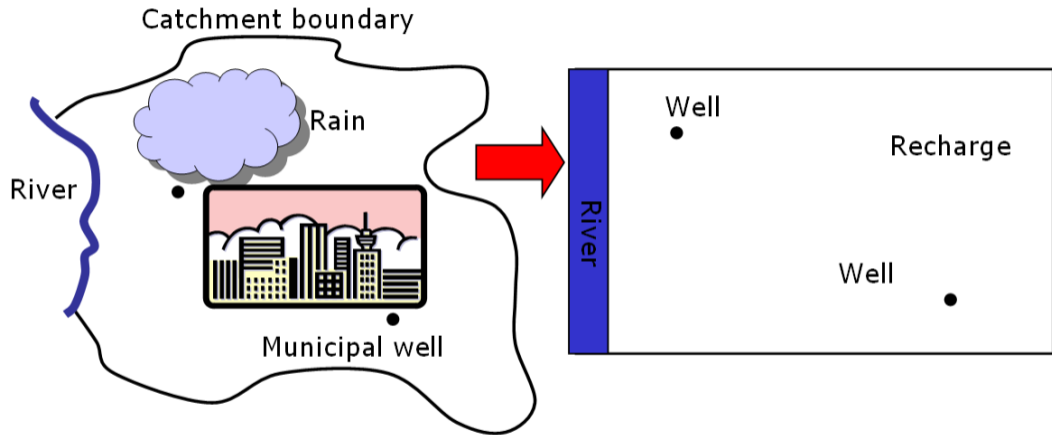
Bitte einen eigenen GitHub Account einrichten: <https://github.com>

Grundwasserströmung

Einführung

- Prinzipbeispiel

Prinzip-Beispiel



Quelle: Sebastian Bauer (Uni Kiel)

River:
Fixed head
boundary
condition
 $H = 10 \text{ m}$

No flow – e.g. fault

- Pumping well
 $Q_{P2} = 0.001 \text{ m}^3/\text{s}$

Recharge: homogeneous and constant
 $R = 1.0\text{e-}8 \text{ m}^3/(\text{m}^2\text{s})$

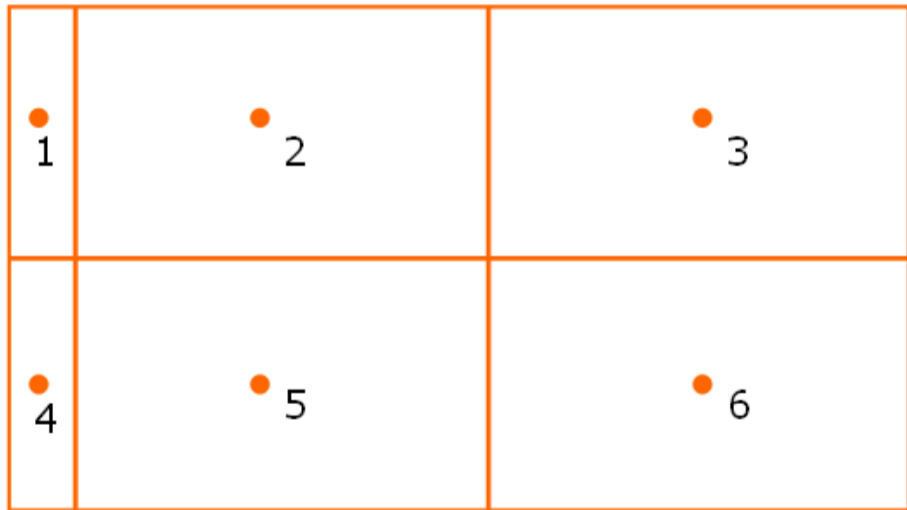
- Pumping well
 $Q_{P6} = 0.005 \text{ m}^3/\text{s}$

No flow – water divide

No flow - streamline

Fig.: Definition der Randbedingungen

Prinzip-Beispiel



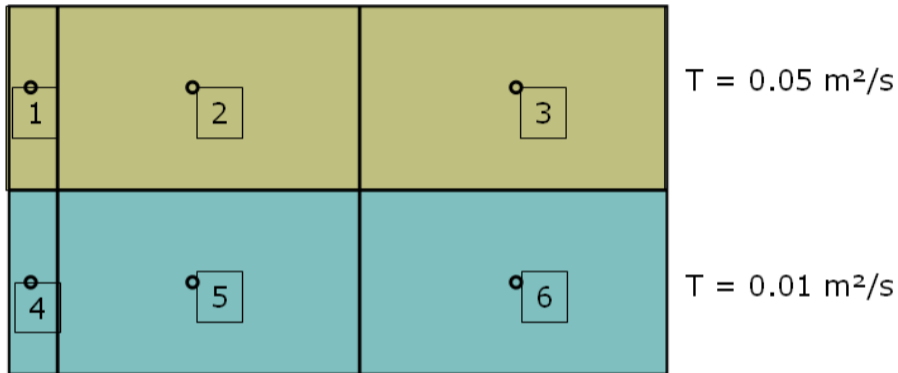


Fig.: Definition der Materialgruppen

$$T = \frac{K}{S}$$

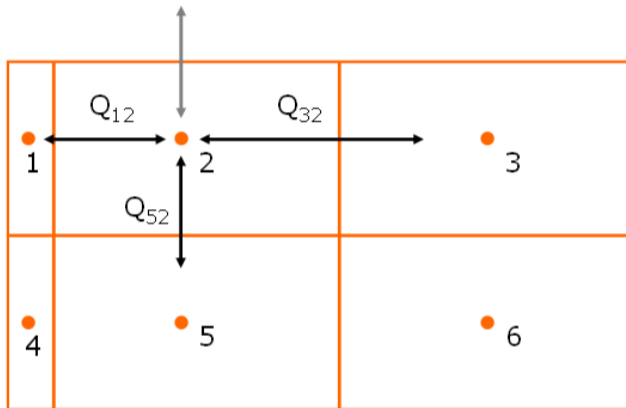


Fig.: Knoten-Bilanz aufstellen (Tafelbild)

$$Q_{12} + Q_{32} + Q_{52} + Q_R + Q_{P2} = 0$$

Wir benutzen folgendes Differenzenschema.

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_i - h_j}{x_i - x_j} \quad (3)$$

$$\frac{\partial h}{\partial y} = \frac{h_i - h_j}{y_i - y_j} \quad (4)$$

Da unser FD-Gitter weder equidistant und unser Aquifer noch heterogen ist, schreiben wir besser.

$$\frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{12} = \frac{h_1 - h_2}{\Delta x_1/2 + \Delta x_2/2} \quad (5)$$

- ▶ Berechnung von (hydraulischen) Widerständen - harmonisches Mittel

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

- ▶ Transmissivität

$$T_{25} = \frac{\Delta y_2 + \Delta y_5}{\Delta y_2 / T_2 + \Delta y_5 / T_5}$$

$$T_{23} = \frac{\Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta x_2 / T_2 + \Delta x_3 / T_3}$$

$$Q_x = \Delta y T_x \frac{\partial h}{\partial x}$$

Damit können wir für die Flussterme schreiben.

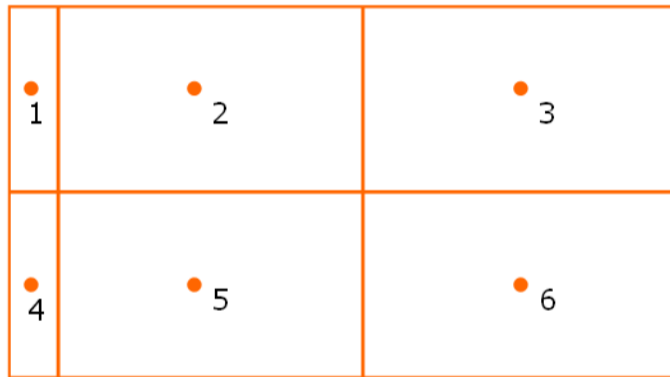
$$Q_{12} = \Delta y_1 \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta x_1 / T_1 + \Delta x_2 / T_2} \times \frac{h_1 - h_2}{\Delta x_1 / 2 + \Delta x_2 / 2} \quad (6)$$

$$Q_{52} = \Delta x_2 \frac{\Delta y_5 + \Delta y_2}{\Delta y_5 / T_5 + \Delta y_2 / T_2} \times \frac{h_5 - h_2}{\Delta y_5 / 2 + \Delta y_2 / 2} \quad (7)$$

$$Q_{32} = \Delta x_2 \frac{\Delta x_3 + \Delta x_2}{\Delta x_3 / T_3 + \Delta x_2 / T_2} \times \frac{h_3 - h_2}{\Delta x_3 / 2 + \Delta x_2 / 2} \quad (8)$$

► Tafelbild

Prinzip-Beispiel



$$\Delta x_1 = 100 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = 1000 \text{ m}$$

$$\Delta x_3 = 1000 \text{ m}$$

$$\Delta y_1 = 500 \text{ m}$$
$$\Delta y_2 = 500 \text{ m}$$

Die Zahlen eingesetzt ergibt sich für

$$Q_{12} = 0.454545 - 0.0454545h_2$$

$$Q_{52} = 0.033333h_5 - 0.033333h_2$$

$$Q_{32} = 0.02500h_3 - 0.02500h_2$$

$$Q_R = R\Delta x_2\Delta y_1 = 0.005$$

$$Q_{P2} = -0.001 \quad (9)$$

$$Q_{12} + Q_{32} + Q_{52} - Q_R - Q_{P2} = 0 \quad (10)$$

- ▶ Bilanzgleichungen für alle Zellen (2,3,4,5):

$$\begin{aligned}2 : 0.458545 - 0.103788h_2 + 0.025h_3 + 0.03333h_5 &= 0 \\3 : 0.0050 + 0.0250h_2 - 0.0583h_3 + 0.0333h_6 &= 0 \\5 : 0.0959 + 0.0333h_2 - 0.0474h_3 + 0.0050h_6 &= 0 \\6 : 0.0000 + 0.0333h_3 + 0.0050h_5 - 0.0383h_6 &= 0\end{aligned}\tag{11}$$

- ▶ Gleichungssystem lösen

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}\tag{12}$$

Ergebnis:

$$h_1 = 10.00$$

$$h_2 = 10.24$$

$$h_3 = 10.41$$

$$h_4 = 10.00$$

$$h_5 = 10.31$$

$$h_6 = 10.39$$

(13)

(14)

- ▶ Gauss-Seidel Verfahren
- ▶ Umstellung des Gleichungssystems

$$h_2 = 0.2408h_3 + 0.3211h_5 + 4.4181$$

$$h_3 = 0.4285h_2 + 0.5714h_6 + 0.0857$$

$$h_5 = 0.7028h_2 + 0.1054h_6 + 2.0223$$

$$h_6 = 0.8695h_3 + 0.1304h_5$$

- ▶ Konstruktion eines iterativen Lösungsverfahrens
- ▶ Pro: Es muss kein Gleichungssystem gelöst werden.
- ▶ Con: Es kann auch mal nicht klappen (keine Konvergenz).

$$h_{2,i+1} = 0.2408h_{3,i} + 0.3211h_{5,i} + 4.4181$$

$$h_{3,i+1} = 0.4285h_{2,i} + 0.5714h_{6,i} + 0.0857$$

$$h_{5,i+1} = 0.7028h_{2,i} + 0.1054h_{6,i} + 2.0223$$

$$h_{6,i+1} = 0.8695h_{3,i} + 0.1304h_{5,i}$$

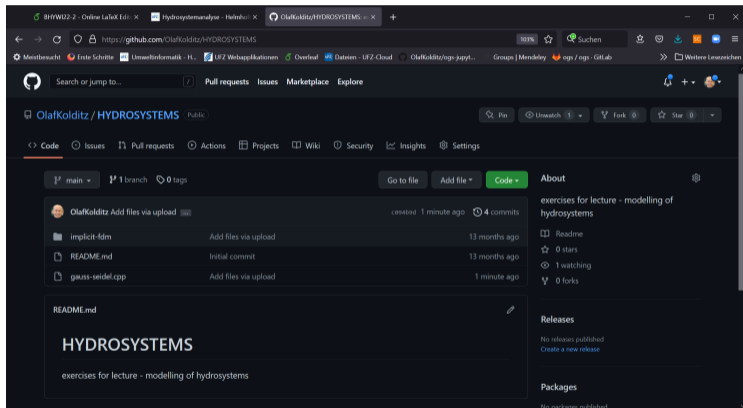
```
1 void Dialog::GaussSeidel()  
2 {  
3     for(int k=0;k<solver_iterations;k++)  
4     {  
5         x[1] = 0.2408 * x[2] + 0.3211 * x[4] + 4.4181;  
6         x[2] = 0.4285 * x[1] + 0.5714 * x[5] + 0.0857;  
7         x[4] = 0.7028 * x[1] + 0.1054 * x[5] + 2.0223 ;  
8         x[5] = 0.8695 * x[2] + 0.1304 * x[4];  
9         TestOutput(x);  
10    }  
11 }
```

Listing 1: C++ code for Gauss-Seidel solver

Übung

- Prinzipbeispiel Grundwassermodell

Übersicht der Lehrveranstaltung: Übungen (github)

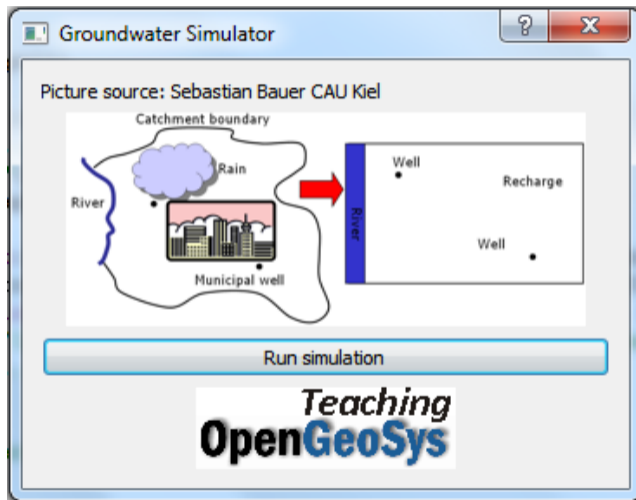


Link: <https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS>

- ▶ git clone
- ▶ git fetch -all
- ▶ git pull

siehe Tutorial <https://www.overleaf.com/read/vyxbhdmfczpf>

Übung: Prinzipbeispiel Grundwassermodell



- ▶ Gauss Eliminierungsverfahren (direkte Methode)
- ▶ Gauss-Seidel Verfahren (iterative Methode)

Übung: Prinzipbeispiel Grundwassermodell

BHYWI-22-E1-Qt-Grundwasser-Prinzip

```
1 void Dialog::on_pushButtonRUN_clicked()
2 {
3     switch(solver_method)
4     {
5         case 0: //Gauss
6             AssembleEQS(); //assemble equation system
7             TestOutput(A,b);
8             Gauss(A,b,x,n); //solve EQS via Gauss
9             break;
10        case 1: //Gauss-Seidel
11            //CalculateFluxes();
12            GaussSeidel();
13            msgBox.setText("Gauss-Seidel method finished, \n results in out.txt");
14            break;
15        case 3: // neues Verfahren
16            msgBox.setText("Neues Verfahren vorbereitet");
17            break;
18    }
19 }
```

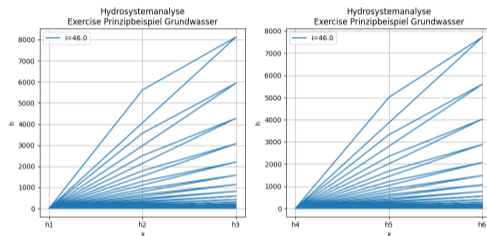
Listing 2: C++ code for solver selection

Übung: Prinzipbeispiel Grundwassermodell

C++ und Python

```
1 //C++ Programm kompilieren
2 g++ gauss-seidel-plt.cpp
3
4 //Programm ausfuehren
5 a.exe
6
7 //Ergebnisse mit Python plotten
8 python data_from_file_txt2.py
```

Listing 3: C++/Python code



Exercise (github repository)

..\HYDROSYSTEMS\grundwasser-prinzip\

Übung

- Software-Installationen

- ▶ (1) Versionsmanagement: git
- ▶ (2) C++ Compiler: MinGW
- ▶ (3) Programmier-Framework: Python
- ▶ (4) Grafiken: matplotlib

```
1 python -m pip install -U pip
2 python -m pip install -U matplotlib
```

Listing 4: matplotlib Installation

- ▶ (1) Versionsmanagement: Übung runterladen
- ▶ (2) C++ Compiler: Quellcode übersetzen
- ▶ (3) Python: Post-processing und Darstellung

```
1 cd ... (Verzeichnis auswaehlen)
2 git clone https://github.com/OlafKolditz/HYDROSYSTEMS.git
3 set PATH=%PATH%;C:\MinGW\bin (Pfad fuer Compiler setzen)
4 g++ gauss-seidel-plt.cpp
5 python data_from_file_txt2.py
```

Listing 5: Übung

```
1 cd ... \HYDROSYSTEMS \grundwasser-prinzip
```

Listing 6: Verzeichnis auswaehlen

run.bat

```
1 set PATH=%PATH%;C:\MinGW\bin
2 g++ gauss-seidel-plt.cpp
3 a.exe
4 python data_from_file_txt2.py
```

Listing 7: Skript